

Scheda 2

Quali concetti matematici utilizziamo per studiare la diffusione di una malattia infettiva?

Per studiare la diffusione di una malattia infettiva gli epidemiologi utilizzano sia dei metodi statistici e probabilistici, sia dei metodi matematici di tipo analitico. Il modello più semplice si chiama "Modello S.I.R." ed è stato ideato circa cento anni fa:

https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology

Possiamo schematizzarlo come una sequenza di tre "stati", detti anche "compartimenti":



e possiamo anche pensare che inizialmente tutta la popolazione Suscettibile sia composta da un numero N di individui (ad esempio, 1000), e che entri casualmente in contatto con un numero (inizialmente piccolo, ad esempio 10) di soggetti infettivi I .

Evidentemente la percentuale I/N (ad esempio $10/1000 = 1\%$) rappresenta la frazione degli infettivi rispetto alla popolazione, e questi avranno dei contatti – e contagheranno – una parte dei suscettibili S (990, cioè $1000 - 10$, $N - I$) ancora sani.

Indichiamo con la lettera greca beta, β , la frazione dei suscettibili che, ad esempio ogni giorno, entra in contatto con la frazione degli infettivi I/N (ad esempio $\beta = 0.2$, ossia 20%).

Dunque, il numero

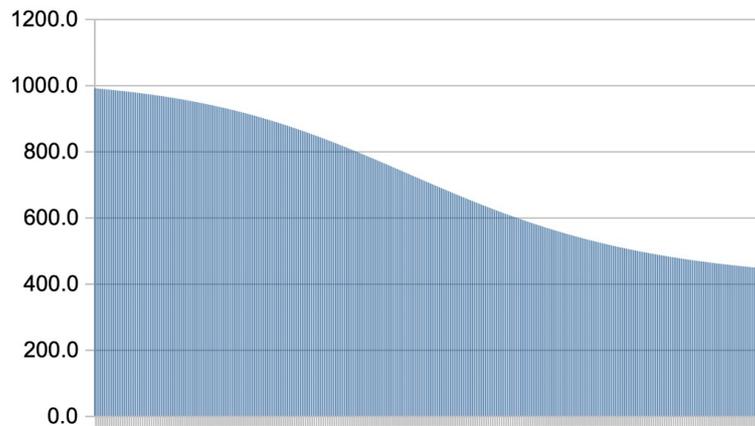
$$\frac{\beta IS}{N}$$

(ad esempio: $0.2 * (10/1000) * 990 =$ circa 3) rappresenta il numero giornaliero di individui Suscettibili che abbandonano il compartimento S e passano nel compartimento degli infettivi I. Per questo si inserisce un segno "meno" per dire che, con il tempo che passa, il numero di Suscettibili decresce:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}$$

Questa equazione afferma che la **derivata** di S diminuisce, al passare del tempo, della quantità $\beta I S / N$.

In questo grafico vediamo un possibile esempio di andamento dei Suscettibili nel tempo:



A proposito di questa curva: sappiamo descriverla?

- e' crescente? Decrescente?
- possiede punti di massimo? Di minimo?
- possiede punti di flesso?
- e' concava? Convessa?
- ha degli asintoti?